



**Asignatura:**

Obligatoria

Optativa

**Horas:**

Teóricas

Prácticas

**Total (horas):**

Semana

16 Semanas

**Modalidad:** Curso.

**Seriación obligatoria antecedente:** Cálculo Integral.

**Seriación obligatoria consecuente:** Ninguna.

**Objetivo(s) del curso:**

El alumno conocerá los criterios para optimizar funciones de dos o más variables, analizará funciones vectoriales y calculará integrales de línea e integrales múltiples para resolver problemas físicos y geométricos.

**Temario**

NÚM.	NOMBRE	HORAS
1.	Extremos de funciones de dos o más variables	10.5
2.	Funciones vectoriales	28.5
3.	Integrales de línea	12.0
4.	Integrales múltiples	21.0
		72.0
	Prácticas de laboratorio	0.0
	Total	72.0



**1 Extremos de funciones de dos o más variables**

**Objetivo:** El alumno determinará los valores extremos de funciones de dos o más variables y resolverá problemas de optimización relacionados con ingeniería.

**Contenido:**

- 1.1 Máximos y mínimos, relativos y absolutos, para funciones de dos variables independientes. Puntos críticos. Establecimiento de la condición necesaria para que un punto sea extremo relativo o punto silla.
- 1.2 Deducción del criterio de la segunda derivada para funciones de dos variables independientes. Conceptos de matriz y determinante hessianos. Resolución de problemas.
- 1.3 Formulación del problema de máximos y mínimos relativos con restricciones. Establecimiento de la ecuación de Lagrange a través de sus elementos multiplicadores. Resolución de problemas de máximos y mínimos con restricciones y absolutos.

**2 Funciones vectoriales**

**Objetivo:** El alumno utilizará e interpretará las variaciones de una función vectorial de variable vectorial y las aplicará para resolver problemas físicos y geométricos en el sistema de referencia más conveniente.

**Contenido:**

- 2.1 Definición de función vectorial de variable escalar y de función vectorial de variable vectorial. Ejemplos físicos y geométricos y su representación gráfica para los casos de una, dos o tres variables independientes y dos o tres variables dependientes. Concepto de campo vectorial.
- 2.2 Definición, interpretación geométrica y cálculo de la derivada de una función vectorial de variable escalar y de las derivadas parciales de una función vectorial de variable vectorial. Propiedades de la derivada de funciones vectoriales.
- 2.3 Relación entre las ecuaciones paramétricas, la ecuación vectorial y las ecuaciones cartesianas de una curva en el espacio.
- 2.4 Ecuación vectorial de una curva. Análisis de curvas a través de la longitud de arco como parámetro. Deducción del triedro móvil y de las fórmulas de Frenet-Serret. Aplicaciones a la mecánica.
- 2.5 Ecuación vectorial de una superficie y su relación con la ecuación cartesiana. Vector normal a una superficie, aplicaciones.
- 2.6 Diferencial de funciones vectoriales de variable escalar y de variable vectorial. Interpretación geométrica.
- 2.7 Concepto de coordenadas curvilíneas. Coordenadas curvilíneas ortogonales. Ecuaciones de transformación. Coordenadas cilíndricas y coordenadas esféricas. Concepto de jacobiano de la transformación y determinación de la existencia de la inversa de ésta. Propiedades del jacobiano. Definición e interpretación de los puntos singulares. Estudio de los vectores base, de los factores de escala y de la diferencial del vector de posición. Análisis de las coordenadas curvilíneas ortogonales: polares, cilíndricas, esféricas y otros sistemas.
- 2.8 Generalización del concepto de gradiente.



- 2.9 Definiciones de divergencia y de rotacional, interpretaciones físicas. Campos irrotacional y solenoidal, aplicaciones. Concepto y aplicaciones del laplaciano. Función armónica. Propiedades del operador nabla aplicado a funciones vectoriales. Obtención del gradiente, divergencia, rotacional y laplaciano en coordenadas curvilíneas ortogonales.

### 3 Integrales de línea

#### Objetivo:

El alumno calculará integrales de línea de funciones vectoriales y las aplicará en la resolución de problemas físicos y geométricos.

#### Contenido:

- 3.1 Integración de funciones vectoriales, aplicaciones. Definición y propiedades de la integral de línea. Integral de línea a lo largo de una curva cerrada. Cálculo de integrales de línea mediante parametrización. Independencia de la parametrización.
- 3.2 La integral de línea como modelo matemático del trabajo y sus representaciones vectorial, paramétrica y diferencial. Conceptos físico y matemático de campo conservativo.
- 3.3 Concepto de función potencial. Integración de la diferencial exacta. Cálculo de la función potencial. Relación entre la independencia de la trayectoria, la diferencial exacta y el campo conservativo.
- 3.4 Cálculo de la integral de línea en coordenadas polares, cilíndricas y esféricas.

### 4 Integrales múltiples

**Objetivo:** El alumno calculará integrales múltiples y las aplicará en la resolución de problemas físicos y geométricos, así como utilizará los teoremas de Gauss y Stokes para calcular integrales de superficie.

#### Contenido:

- 4.1 Definición e interpretación geométrica de la integral doble. Integrabilidad de funciones continuas.
- 4.2 Concepto de integral reiterada. Cálculo de la integral doble mediante la reiterada. Concepto y representación gráfica de regiones. Cálculo de integrales dobles en regiones regulares. Aplicaciones en cálculo de áreas y volúmenes. Cálculo de integrales dobles con cambio a coordenadas curvilíneas.
- 4.3 Enunciado, demostración y aplicaciones del teorema de Green.
- 4.4 Cálculo del área de una superficie alabeada en coordenadas cartesianas y cuando está dada por sus ecuaciones paramétricas. Integral de superficie, aplicaciones.
- 4.5 Concepto e interpretación geométrica de la integral triple. Integral reiterada en tres dimensiones. Cálculo de la integral triple en regiones regulares. Cálculo de volúmenes. Integrales triples en coordenadas cilíndricas, esféricas y en algún otro sistema coordenado curvilíneo.
- 4.6 Teorema de Stokes. Teorema de Gauss.



#### Bibliografía básica:

ESTRADA, O., GARCÍA, P. y MONSIVAIS, G.  
*Cálculo Vectorial y Aplicaciones*  
1ª edición  
México  
Grupo Editorial Iberoamérica, 1999

MARSDEN, Jerrold E. y TROMBA, Anthony J.  
*Cálculo Vectorial*  
México  
Prentice-Hall Hispanoamericana, 1995

MENA, Baltasar  
*Introducción al Cálculo Vectorial*  
México  
Thomson, 2003

#### Bibliografía complementaria:

PITA Ruiz, Claudio  
*Cálculo Vectorial*  
México  
Prentice-Hall Hispanoamericana, 1995

HAASER, Norman B., LA SALLE, Joseph P.Y  
SULLIVAN, Joseph A.  
*Análisis Matemático. Curso intermedio*  
México  
Editorial Trillas, 1970

DAVIS, Harry F. y SNIDER, Arthur D.  
*Análisis Vectorial*  
México  
McGraw Hill, 1993

HSU, Hwei P.  
*Análisis Vectorial*  
EUA  
Addison-Wesley Iberoamericana, 1987

#### Temas para los que se recomienda:

Todos

Todos

Todos

#### Temas para los que se recomienda:

Todos

Todos

2, 3 y 4

2, 3 y 4



Mc CALLUM, William G., GLEASON, Andrew M. y  
HUGUES-HALLET, Deborah, et al.  
*Cálculo de varias variables*  
México  
Editorial CECSA, 1998

**Todos**

SWOKOWSKI, Earl W., OLINICK Michael y PENCE Dennis  
*Calculus*  
6th edition,  
USA  
P.W.S. Publishing Company, 1994

**Todos**

**Sugerencias didácticas:**

Exposición oral   
Exposición audiovisual   
Ejercicios dentro de clase   
Ejercicios fuera del aula   
Seminarios

Lecturas obligatorias   
Trabajos de investigación   
Prácticas de taller o laboratorio   
Prácticas de campo   
Otras: Empleo de nuevas tecnologías

**Forma de evaluar:**

Exámenes parciales   
Exámenes finales   
Trabajos y tareas fuera del aula

Participación en clase   
Asistencias a prácticas   
Otras:

**Perfil profesiográfico de quienes pueden impartir la asignatura**

Licenciatura en Ingeniería, Matemáticas, Física o en carreras cuyo contenido en el área de matemáticas sea similar.  
Deseable haber realizado estudios de posgrado, contar con experiencia docente o haber participado en cursos o seminarios de iniciación en la práctica docente.